

全国 2018 年 4 月高等教育自学考试

概率论与数理统计(二) 试题

课程代码:02197

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。
2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 A, B 为随机事件, 则 $\overline{A \cup B} =$

- A. \bar{A} B. \bar{B} C. $\bar{A} \cup \bar{B}$ D. $\bar{A}\bar{B}$

2. 设事件 A, B 满足 $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.4$, $P(B|A) = 0.6$, 则 $P(B - A) =$

- A. 0.16 B. 0.2 C. 0.28 D. 0.32

3. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} 2x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $P\left\{-\frac{1}{2} < X < \frac{1}{2}\right\} =$

- A. 0 B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{2}$ D. 1

4. 设随机变量 X 的分布函数为 $F(x)$, 则下列结论正确的是

- A. $F(+\infty) = -1$ B. $F(+\infty) = 0$
C. $F(-\infty) = 0$ D. $F(-\infty) = 1$

5. 设随机变量 X 和 Y 独立同分布, 且 X 的分布律为

X	0	1
P	0.4	0.6

则 $P\{XY = 1\} =$

- A. 0.16 B. 0.36 C. 0.48 D. 0.52

6. 设随机变量 X 满足 $E(X^2) = 20$, $D(X) = 4$, 则 $E(2X) =$
- A. 4 B. 8 C. 16 D. 32
7. 设随机变量 X, Y 独立同分布, X 服从参数为 $\frac{1}{2}$ 的指数分布, 则 $E(XY) =$
- A. $\frac{1}{16}$ B. $\frac{1}{4}$ C. 4 D. 16
8. 设总体 X 服从区间 $[0, \theta]$ 上的均匀分布, $\theta > 0$, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自该总体的样本, \bar{x} 为样本均值, s^2 为样本方差, 则 θ 的极大似然估计为
- A. \bar{x} B. s^2
- C. $\min\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$ D. $\max\{x_1, x_2, \dots, x_n\}$
9. 某假设检验的拒绝域为 W , 当原假设 H_0 成立时, 样本值 (x_1, x_2, \dots, x_n) 落入 W 的概率为 0.05, 则犯第一类错误的概率为
- A. 0.05 B. 0.1 C. 0.9 D. 0.95
10. 设总体 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, 其中 σ^2 未知, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, 在显著性水平 α 下欲检验假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$ (μ_0 为已知数), 则 H_0 的拒绝域 $W =$
- A. $\left(-\infty, -t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right) \cup \left(t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), +\infty\right)$ B. $\left(-t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1), t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1)\right)$
- C. $\left(-\infty, -u_{\frac{\alpha}{2}}\right) \cup \left(u_{\frac{\alpha}{2}}, +\infty\right)$ D. $\left(-u_{\frac{\alpha}{2}}, u_{\frac{\alpha}{2}}\right)$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上, 不能答在试题卷上。

二、填空题: 本大题共 15 小题, 每小题 2 分, 共 30 分。

11. 将一枚均匀硬币独立地抛掷两次, 则两次均出现反面的概率是_____.
12. 设 A, B 为随机事件, $P(A) = 0.6$, $P(A - B) = 0.4$, 则 $P(B|A) =$ _____.
13. 设随机事件 A, B 相互独立, $P(A) = 0.2$, $P(B) = 0.6$, 则 $P(\bar{A} \cup \bar{B}) =$ _____.
14. 某地区成年人患结核病的概率为 0.05, 患高血压病的概率为 0.06. 设这两种病的发生是相互独立的, 则该地区内任一成年人同时患有这两种病的概率为_____.

15. 若 X 服从参数为 λ 的泊松分布, $P\{X=0\} = e^{-1}$, 则 $\lambda =$ _____.
16. 设 $F(x)$ 是随机变量 X 的分布函数, 且 $P\{X > 1\} = 0.15$, 则 $F(1) =$ _____.
17. 设随机变量 $X \sim B(3, 0.2)$, 令 $Y = X^2$, 则 $P\{Y = 4\} =$ _____.
18. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

Y	0	2	4
X	0	0.1	0.3
1	0.2	0.1	0.1

则 $P\{X=0, Y \leq 2\} =$ _____.

19. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 X 服从参数为 1 的指数分布, Y 服从区间 $[0, 1]$ 上的均匀分布, 则当 $x > 0, 0 \leq y \leq 1$ 时, 二维随机变量 (X, Y) 的概率密度 $f(x, y) =$ _____.
20. 设随机变量 X, Y 相互独立, $X \sim N(1, 2), Y \sim N(3, 4)$, 则 $P\{X+Y \leq 4\} =$ _____.
21. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 是来自总体 X 的样本, 且 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$, s^2 为样本方差, 若 $\frac{(n-1)s^2}{\sigma^2}$ 服从分布 $\chi^2(99)$, 则样本容量 $n =$ _____.
22. 设总体 X 服从区间 $[1, 3]$ 上的均匀分布, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自该总体的样本, 且 $\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i$, 则 $D(\bar{x}) =$ _____.
23. 设 x_1, x_2, x_3 为来自总体 X 的样本, 记 $E(X) = \mu$, 若 $\hat{\mu} = \frac{1}{3}x_1 + ax_2 + \frac{1}{3}x_3$ 是 μ 的无偏估计, 则常数 $a =$ _____.

24. 设总体 X 的分布律为

X	1	2
P	$1-p$	p

其中 p 为未知参数, $0 < p < 1$, 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为来自该总体的样本, \bar{x} 为样本均值, 则 p 的矩估计 $\hat{p} =$ _____.

25. 设总体 $X \sim N(\mu, 1)$, x_1, x_2, \dots, x_{16} 为来自该总体的样本, \bar{x} 为样本均值, 对假设检验问题 $H_0: \mu = 0, H_1: \mu \neq 0$, 应采用检验统计量的表达式为 _____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 设测量距离时产生的随机误差 X (单位: m) 服从正态分布 $N(0, 10^2)$ ，现作两次独立测量，记 Y 为两次测量中误差绝对值大于 19.6 的次数，已知 $\Phi(1.96) = 0.975$ 。

求：(1) 每次测量中误差绝对值大于 19.6 的概率 p ；(2) $D(Y)$ 。

27. 加工某种鲜果饮品，每瓶饮品中维生素 C 的含量为随机变量 X (单位: mg). 设 $X \sim N(\mu, \sigma^2)$ ，其中 μ, σ^2 均未知. 现随机抽查了 16 瓶饮品进行测试，测得维生素 C 的平均含量 $\bar{x} = 20.80$ ，样本标准差 $s = 1.60$ ，试求 μ 的置信度为 95% 的置信区间.

($t_{0.025}(15) = 2.13$) .

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

Y	1	2	3
X			
-1	$\frac{1}{2}$	$\frac{a}{6}$	$\frac{1}{4}$
1	0	$\frac{1}{4}$	a^2

求：(1) 常数 a ；(2) (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布律；(3) $P\{X \neq Y\}$ 。

29. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax + b, & 0 < x < 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 且 $E(X^2) = \frac{5}{12}$ 。

求：(1) 常数 a, b ；(2) $E(X), D(X)$ ；(3) 协方差 $\text{Cov}(2X+1, X)$ 。

五、应用题：10 分。

30. 某社交网站有 10000 个相互独立的用户，且每个用户在任一时刻访问该网站的概率为 0.5，求在任一时刻有超过 5100 个用户访问该网站的概率. ($\Phi(x)$ 为标准正态分布函数， $\Phi(2) = 0.9772$) .