

全国 2019 年 4 月高等教育自学考试
概率论与数理统计(二) 试题
课程代码:02197

请考生按规定用笔将所有试题的答案涂、写在答题纸上。

选择题部分

注意事项:

1. 答题前,考生务必将自己的考试课程名称、姓名、准考证号用黑色字迹的签字笔或钢笔填写在答题纸规定的位置上。

2. 每小题选出答案后,用 2B 铅笔把答题纸上对应题目的答案标号涂黑。如需改动,用橡皮擦干净后,再选涂其他答案标号。不能答在试题卷上。

一、单项选择题:本大题共 10 小题,每小题 2 分,共 20 分。在每小题列出的备选项中只有一项是最符合题目要求的,请将其选出。

1. 设 $P(B) = 0.6$, $P(A|\bar{B}) = 0.5$, 则 $P(A - B) =$

- A. 0.1 B. 0.2 C. 0.3 D. 0.4

2. 设 A, B 为任意事件,且相互独立,则 $P(A \cup B) =$

- A. $P(A)P(B)$ B. $1 - P(A)P(B)$
C. $P(A) + P(B)$ D. $1 - P(\bar{A})P(\bar{B})$

3. 甲袋中有 3 个红球 1 个白球,乙袋中有 1 个红球 2 个白球,从两袋中分别取出一个球,则两个球颜色相同的概率是

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{5}{12}$

4. 设随机变量 X 的分布律为
$$P \begin{array}{c|ccc} X & 0 & 1 & 2 \\ \hline & c & \frac{1}{4} & 2c \end{array},$$
 则 $P\{X > 0\} =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{3}{4}$ D. 1

5. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} cx, & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 则 $P\{X \leq 1\} =$

- A. $\frac{1}{4}$ B. $\frac{1}{2}$ C. $\frac{2}{3}$ D. $\frac{3}{4}$

6. 设随机变量 $X \sim N(1, 2)$, 则 $E(2X - 1) =$

- A. 1 B. 2 C. 3 D. 4

7. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

Y	1	2
X	-1	0
	0.2	0.4
	0.1	0.3

则 $P\{X + Y = 1\} =$

- A. 0.1 B. 0.4 C. 0.5 D. 0.7

8. 设随机变量 X 与 Y 相互独立, 且 $D(X) = 4, D(Y) = 2$, 则 $D(3X - 2Y) =$

- A. 8 B. 16 C. 28 D. 44

9. 设 x_1, x_2, x_3 是来自总体 X 的样本, 若 $E(X) = \mu$ (未知), $\hat{\mu} = \frac{1}{2}x_1 - ax_2 + 3ax_3$ 是 μ 的无偏估计, 则常数 $a =$

- A. $\frac{1}{6}$ B. $\frac{1}{4}$ C. $\frac{1}{3}$ D. $\frac{1}{2}$

10. 设 $x_1, x_2, \dots, x_n (n > 1)$ 为来自正态总体 $N(\mu, \sigma^2)$ 的样本, 其中 μ, σ^2 均未知, \bar{x} 和 s^2 分别是样本均值和样本方差, 对于检验假设 $H_0: \mu = \mu_0, H_1: \mu \neq \mu_0$, 则显著性水平为 α 的检验拒绝域为

- A. $\left\{ |\bar{x} - \mu_0| > \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right\}$ B. $\left\{ |\bar{x} - \mu_0| > \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\frac{\alpha}{2}} \right\}$
- C. $\left\{ |\bar{x} - \mu_0| \leq \frac{s}{\sqrt{n}} t_{\frac{\alpha}{2}}(n-1) \right\}$ D. $\left\{ |\bar{x} - \mu_0| \leq \frac{\sigma}{\sqrt{n}} u_{\frac{\alpha}{2}} \right\}$

非选择题部分

注意事项:

用黑色字迹的签字笔或钢笔将答案写在答题纸上,不能答在试题卷上。

二、填空题:本大题共 15 小题,每小题 2 分,共 30 分。

11. 设 A, B, C 是随机事件, 则“ A, B, C 至少有一个发生”可以表示为_____.
12. 设 $P(A)=0.3$, $P(B)=0.6$, $P(A|B)=0.4$, 则 $P(B|A)=$ _____.
13. 袋中有 3 个黄球和 2 个白球, 今有 2 人依次随机地从袋中各取一球, 取后不放回, 则第 2 个人取得黄球的概率为_____.
14. 已知随机变量 X 服从参数为 λ 的泊松分布, 且 $P\{X=1\}=P\{X=2\}$, 则 $\lambda=$ _____.
15. 设随机变量 X 服从参数为 1 的指数分布, 则 $P\{X \geq 1\}=$ _____.
16. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $P\{X \leq 2\} = \frac{1}{2}$, $P\{Y \leq 1\} = \frac{3}{7}$, 则 $P\{X \leq 2, Y \leq 1\} =$ _____.
17. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为 $f(x, y) = \begin{cases} 1, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$
则 $P\{X+Y > 1\} =$ _____.
18. 设随机变量 X 服从区间 $[1, 3]$ 上的均匀分布, Y 服从参数为 2 的指数分布, X, Y 相互独立, $f(x, y)$ 是 (X, Y) 的概率密度, 则 $f(2, 1) =$ _____.
19. 设随机变量 X, Y 相互独立, 且 $X \sim B(12, 0.5)$, Y 服从参数为 2 的泊松分布, 则 $E(XY) =$ _____.
20. 设 $X \sim B(100, 0.2)$, $Y = \frac{X-20}{4}$, 由中心极限定理知 Y 近似服从的分布是_____.
21. 已知总体 X 的方差 $D(X) = 6$, x_1, x_2, x_3 为来自总体 X 的样本, \bar{x} 是样本均值, 则 $D(\bar{x}) =$ _____.
22. 设总体 X 服从参数是 λ 的指数分布, x_1, x_2, \dots, x_n 为来自 X 的样本, \bar{x} 为样本均值, 则 $E(\bar{x}) =$ _____.
23. 设 x_1, x_2, \dots, x_{16} 为来自正态总体 $N(0, 1)$ 的样本, 则 $x_1^2 + x_2^2 + \dots + x_{16}^2$ 服从的分布是_____.
24. 设 x_1, x_2, \dots, x_n 为来自总体 X 的样本, \bar{x} 为样本均值, 若 X 服从 $[0, 4\theta]$ 上的均匀分布, $\theta > 0$, 则未知参数 θ 的矩估计 $\hat{\theta} =$ _____.
25. 设 x_1, x_2, \dots, x_{25} 为来自正态总体 $N(\mu, 5^2)$ 的样本, \bar{x} 为样本均值, 欲检验假设 $H_0: \mu = 0$, $H_1: \mu \neq 0$, 则应采用的检验统计量的表达式为_____.

三、计算题：本大题共 2 小题，每小题 8 分，共 16 分。

26. 两台车床加工同一种零件，第一台出现次品的概率是 0.03，第二台出现次品的概率是 0.06，加工出来的零件混放在一起，第一台加工的零件数是第二台加工的零件数的两倍。

求：(1) 从中任取一个零件是次品的概率；

(2) 若取得的零件是次品，它是由第一台加工的概率。

27. 设随机变量 X 的概率密度为 $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$ 且 $E(X) = \frac{1}{2}$.

求：(1) 常数 a, b ；(2) $D(X)$.

四、综合题：本大题共 2 小题，每小题 12 分，共 24 分。

28. 设二维随机变量 (X, Y) 的概率密度为

$$f(x, y) = \begin{cases} ax^2y, & 0 \leq x \leq 1, 0 \leq y \leq 1, \\ 0, & \text{其他,} \end{cases}$$

求：(1) 系数 a ；(2) $P\{X \geq Y\}$ ；(3) $E(XY)$.

29. 设二维随机变量 (X, Y) 的分布律为

$Y \backslash X$	-2	0	2
0	0.1	0.2	0.3
1	0.2	0.1	0.1

求：(1) (X, Y) 关于 X, Y 的边缘分布律；(2) $P\{Y - X \geq 0\}$ ；

(3) $D(X)$, $D(Y)$ ；(4) $\text{Cov}(X, Y)$.

五、应用题：10 分。

30. 某厂生产的一种金属丝，其折断力 X (单位：kg) 服从正态分布 $N(\mu, \sigma^2)$ ，以往的平均折断力 $\mu = 570$ ，今更换原材料生产一批金属丝，并从中抽出 9 个样品检测折断力，算得样本均值 $\bar{x} = 576.6$ ，样本标准差 $s = 7.2$ 。试问更换原材料后，金属丝的平均折断力是否有显著变化？(附： $\alpha = 0.05, u_{0.025} = 1.96, t_{0.025}(8) = 2.306$)